SU PRUEBA DE PRÁCTICA

ANÁLISIS Y ENFOQUES

NIVEL MEDIO
PARA LAS MATEMÁTICAS DEL PD DEL IB

ANSWERS

Stephen Lee
Michael Cheung
Balance Lee

- 4 Sets de Pruebas de Práctica
- Distribución de los Temas del Examen
- Análisis del Formato de Examen
- Lista Exhaustivas de Fórmulas

SE PRODUCTION LIMITED

Solución de Práctica de Prueba 1 de AE NM Set 1

Sección A

1. (a) $m+0,2=0,6$ (M1) por enfoque válido

$m=0,4$ A1

[2]

(b) $n+0,4+0,2+0,1=1$ (A1) por sustitución

$n=0,3$ A1

[2]

(c) $\mathrm{P}(B')=0,4+0,3$ (M1) por enfoque válido

$\mathrm{P}(B')=0,7$ A1

[2]

2. (a) La media

$=\dfrac{300}{15}$ (M1) por enfoque válido

$=20$ A1

[2]

(b) (i) -40 A1

(ii) La nueva varianza

$=(-2)^2(9)$ (M1) por enfoque válido

$=36$ A1

(iii) 6 A1

[4]

3. (a) La pendiente de L_1

$= \frac{32-0}{24-8}$ (M1) por enfoque válido

$= 2$

La ecuación de L_1:

$y - 0 = 2(x-8)$ A1

$y = 2x - 16$

$2x - y - 16 = 0$ A1

[3]

(b) $2 \times -\frac{1}{-a} = -1$ (M1) por enfoque válido

$2 = -a$

$a = -2$ A1

[2]

4. (a) Lado izquierdo

$= (2n+1)^2 + (2n+3)^2 + (2n+5)^2$

$= 4n^2 + 4n + 1 + 4n^2 + 12n + 9 + 4n^2 + 20n + 25$ M1A1

$= 12n^2 + 36n + 35$

$= 12n^2 + 36n + 33 + 2$ M1

$= 3(4n^2 + 12n + 11) + 2$

$=$Lado derecho AG

[3]

(b) $2n+1$, $2n+3$ y $2n+5$ son tres números impares consecutivos. R1

$(2n+1)^2 + (2n+3)^2 + (2n+5)^2$

$= 3(4n^2 + 12n + 11) + 2$ A1

Además $3(4n^2 + 12n + 11)$ es múltiplo de 3. R1

Luego, la suma de los cuadrados de tres números impares consecutivos cualesquiera es mayor que un múltiplo de 3 por 2. AG

[3]

5. $f(x) = px^3 + qx^2 - 2x + 1$

$f'(x) = p(3x^2) + q(2x) - 2(1) + 0$ (A1) por derivadas correctas

$f'(x) = 3px^2 + 2qx - 2$

$f'(1) = -1 \div -\frac{1}{15}$

$\therefore 3p(1)^2 + 2q(1) - 2 = 15$ (M1) por ecuación

$3p + 2q = 17$

$2q = 17 - 3p$ A1

$f^{-1}(41) = 2$

$\therefore f(2) = 41$ (M1) por enfoque válido

$p(2)^3 + q(2)^2 - 2(2) + 1 = 41$ A1

$8p + 4q - 3 = 41$

$\therefore 8p + 2(17 - 3p) - 3 = 41$ (M1) por sustitución

$8p + 34 - 6p - 3 = 41$

$2p = 10$

$p = 5$ A1

$\therefore q = \frac{17 - 3(5)}{2}$

$q = 1$ A1

[8]

6. $kx^2 + (8 + k)x - 1 = 0$ no tiene raíces reales.

$\therefore \Delta < 0$ R1

$b^2 - 4ac < 0$ (M1) por enfoque válido

$(8 + k)^2 - 4(k)(-1) < 0$ A1

$64 + 16k + k^2 + 4k < 0$ (A1) por enfoque correcto

$k^2 + 20k + 64 < 0$ (A1) por inecuación correcta

$(k + 16)(k + 4) < 0$ (A1) por factorización

$\therefore -16 < k < -4$ A2

[8]

Sección B

7. (a) $y = 20 - 4x$ A1

[1]

(b) $V = (4x)(2x)(20 - 4x)$ (M1) por enfoque válido

$V = 8x^2(20 - 4x)$

$V = 160x^2 - 32x^3$ A1

[2]

(c) $\dfrac{dV}{dx} = 160(2x) - 32(3x^2)$ (A1) por derivadas correctas

$\dfrac{dV}{dx} = 320x - 96x^2$ A1

[2]

(d) $\dfrac{dV}{dx} = 0$ (M1) por ecuación

$\therefore 320x - 96x^2 = 0$ A1

$32x(10 - 3x) = 0$ (A1) por factorización

$x = 0$ (*Rechazada*) o $x = \dfrac{10}{3}$ A1

Probando primera derivada, M1A1

x	$0 < x < \frac{10}{3}$	$x = \frac{10}{3}$	$x > \frac{10}{3}$
$\frac{dV}{dx}$	$+$	0	$-$

Por lo tanto, V alcanza su máximo en $x = \dfrac{10}{3}$. R1

[7]

(e) El volumen máximo

$= 160\left(\dfrac{10}{3}\right)^2 - 32\left(\dfrac{10}{3}\right)^3$ (M1) por sustitución

$= \dfrac{16000}{9} - \dfrac{32000}{27}$

$= \dfrac{16000}{27}\ \text{cm}^3$ A1

[2]

(f) $\dfrac{20}{3}\ \text{cm}$ A1

[1]

8.	(a)	(i)	$\{y : 0 \le y \le 1,\ y \in \mathbb{R}\}$	A2
		(ii)	$f(x) = 1$	
			$\therefore \cos^4 x = 1$	
			$\cos^2 x = -1$ (*Rechazada*) o $\cos^2 x = 1$	(M1) por enfoque válido
			$\cos x = -1$ o $\cos x = 1$	
			$x = \pi$ o $x = 0$, $x = 2\pi$	(A1) por valores correctos
			Por lo tanto, hay 3 soluciones.	A1
				[5]
	(b)	$f'(x) = (4\cos^3 x)(-\operatorname{sen} x)$		(A1) por regla de la cadena
		$f'(x) = -4\operatorname{sen} x \cos^3 x$		A1
				[2]
	(c)	El área de las regiones		
		$= \int_0^{\pi} (\cos^4 x)(2\operatorname{sen} x)\mathrm{d}x$		(A1) por integral definida
		Sea $u = \cos x$ $\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}x} = -\operatorname{sen} x \Rightarrow (-1)\mathrm{d}u = \operatorname{sen} x\mathrm{d}x$ $x = \pi \Rightarrow u = \cos \pi = -1$ $x = 0 \Rightarrow u = \cos 0 = 1$		(A1) por sustitución
		$= \int_1^{-1} -2u^4 \mathrm{d}u$		M1A1
		$= \left[-\frac{2}{5}u^5\right]_1^{-1}$		A1
		$= -\frac{2}{5}(-1)^5 - \left(-\frac{2}{5}(1)^5\right)$		(M1) por sustitución
		$= \frac{4}{5}$		A1
				[7]

9. (a) (i) $a=\dfrac{37-(-5)}{2}$ M1A1

$a=21$ AG

(ii) $b=\dfrac{2\pi}{2(11-2)}$ (M1) por enfoque válido

$b=\dfrac{\pi}{9}$ A1

(iii) $d=\dfrac{37+(-5)}{2}$ (M1) por enfoque válido

$d=16$ A1

(iv) $c=-2,5$ A1

[7]

(b) Las coordenadas de P'

$=(3(2)+17,\ 37+8)$ A1

$=(23,\ 45)$ A1

[2]

(c) Translación de $\begin{pmatrix}-12\\-20\end{pmatrix}$ seguida de un A2

estiramiento horizontal del factor de escala $\dfrac{1}{3}$ A1

[3]

Solución de Práctica de Prueba 2 de AE NM Set 1

Sección A

1. (a) $y = 3x + 7$

$\Rightarrow x = 3y + 7$ (A1) por enfoque correcto

$3y = x - 7$

$y = \dfrac{x-7}{3}$

$\therefore f^{-1}(x) = \dfrac{x-7}{3}$ A1

[2]

(b) $(f \circ g)(x)$

$= 3g(x) + 7$ (A1) por sustitución

$= 3(2\sqrt{x}) + 7$

$= 6\sqrt{x} + 7$ A1

[2]

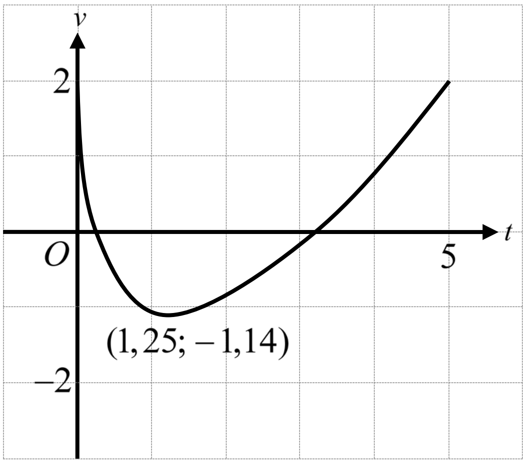
(c) $(f \circ g)(529)$

$= 6\sqrt{529} + 7$ (M1) por sustitución

$= 145$ A1

[2]

2. (a) Por una aproximación correcta de la figura A1
Por punto mínimo correcto A1
Por aproximación correcta de los puntos finales A1



[3]

(b) (i) $d = \int_0^5 |v(t)|\,\mathrm{d}t$ (M2) por enfoque válido

$d = \int_0^5 \left|2.5t - 5.6\sqrt{t} + 2\right|\mathrm{d}t$ A1

(ii) $d = 4,084252067\ \mathrm{m}$

$d = 4,08\ \mathrm{m}$ A1

[4]

3. (a) El volúmen

$= \frac{1}{3}\pi r^2 h$ (M1) por enfoque válido

$= \frac{1}{3}\pi (18)^2 (18)$

$= 6107,256119$ (A1) por valor correcto

$= 6110$

$= 6,11 \times 10^3\ \mathrm{cm}^3$ A1

[3]

(b) $V = 27\left(\frac{2}{3}\pi R^3\right)$ (M1) por ecuación

$16(6107,256119) = 18\pi R^3$ (A1) por sustitución

$R^3 = 1728$

$R = 12$ A1

El radio

$= 18:12$

$= 3:2$ A1

[4]

4. (a) $r = \dfrac{5,4}{4,5}$ (M1) por enfoque válido

$r = 1,2$ A1

[2]

(b) $S_{12} = \dfrac{4,5(1,2^{12} - 1)}{1,2 - 1}$ (A1) por sustitución

$S_{12} = 178,1122601$

$S_{12} = 178$ A1

[2]

(c) $u_n < 678$

$4,5 \cdot 1,2^{n-1} < 678$

$4,5 \cdot 1,2^{n-1} - 678 < 0$ (M1) por enfoque válido

Considerando la gráfica de $y = 4,5 \cdot 1,2^{n-1} - 678$,

$n < 28,50673$. A1

Por lo tanto, el mayor valor de n es 28. A1

[3]

5. El término general

$= 2ax\binom{17}{r}(1)^{17-r}(3ax^2)^r$ (M1) por desarrollo válido

$= 2\binom{17}{r}3^r a^{r+1}x^{2r+1}$

$2r + 1 = 9$ (A1) por ecuación correcta

$2r = 8$

$r = 4$ (A1) por valor correcto

El término requerido

$= 2\binom{17}{4}3^4 a^{4+1}x^{2(4)+1}$

$= 385560a^5x^9$ (A1) por término correcto

$385560a^5 = -385560$ (M1) por ecuación

$a^5 = -1$

$a = -1$ A1

[6]

6. (a) $20P_1 - 17P_0 = 0$

$\therefore 20(P_0 e^{k(1)}) - 17P_0 = 0$ A1

$20e^k - 17 = 0$

$e^k = 0,85$ M1

$k = \ln 0,85$ AG

[2]

(b) $\dfrac{P_t}{P_0} \le 0,5$

$\therefore \dfrac{P_0 e^{(\ln 0,85)t}}{P_0} \le 0,5$ (A1) por inecuación correcta

$e^{(\ln 0,85)t} \le 0,5$ (A1) por enfoque correcto

$(\ln 0,85)t \le \ln 0,5$

$(\ln 0,85)t - \ln 0,5 \le 0$ A1

Considerando la gráfica de

$y = (\ln 0,85)t - \ln 0,5$, $t \ge 4,2650243$. (M1) por enfoque válido

Por lo tanto, el menor número de años enteros es 43. A1

[5]

Sección B

7. (a) $a = -0{,}176$ A1

$b = 15260$ A1

[2]

(b) El costo estimado del seguro

$= -0{,}176(32500) + 15260$ (A1) por sustitución

$= 9540\$$ A1

[2]

(c) El costo del seguro

$= 9540 \times (1 - 2{,}5\%)^4$ (M1)(A1) por enfoque válido

$= 9540 \times 0{,}975^4$ (A1) por simplificación

$= 8621{,}182477\$$

$= 8620\$$ A1

[4]

(d) $9540 \times (1 - 2{,}5\%)^t = 6500$ (M1) por ecuación

$9540 \times 0{,}975^t - 6500 = 0$ (A1) por simplificación

Considerando la gráfica de

$y = 9540 \times 0{,}975^t - 6500$, $t = 15{,}154997$. (A1) por valor correcto

Por lo tanto, el año es 2036. A1

[4]

8. (a) La probabilidad requerida

$= \mathrm{P}(T \le 24)$ (M1) por enfoque válido

$= 0{,}9452007106$

$= 0{,}945$ A1

[2]

(b) $\mathrm{P}(U \le 48) = 0{,}99494$

$\mathrm{P}\left(Z \le \frac{48-\mu}{7}\right) = 0{,}99494$ (M1) por estandarización

$\frac{48-\mu}{7} = 2{,}571701859$ A1

$48 - \mu = 18{,}00191301$

$\mu = 29{,}99808699$

$\mu = 30{,}0$ A1

[3]

(c) La probabilidad requerida

$= \mathrm{P}(U \le 36)$ R1

$= 0{,}8043925789$ A1

Por lo tanto, para todos los autobuses que salen a las $8:24\ \mathrm{am}$, 80.439% de ellos llegarán a tiempo a la escuela. AG

[2]

(d) La probabilidad requerida

$= 1 - \mathrm{P}(T \le 12)\mathrm{P}(U \le 48)$

$- \mathrm{P}(12 < T \le 24)\mathrm{P}(U \le 36)$ M1A1

$= 1 - (0{,}2118553337)(0{,}99494)$

$-(0{,}7333453769)(0{,}80439)$ (A2) por valores correctos

$= 0{,}1993209666$

$= 0{,}199$ A1

[5]

(e) El número esperado

$= (20)(0{,}1993209666)$ (A1) por fórmula correcta

$= 3{,}986419331$

$= 3{,}99$ A1

[2]

9. (a) $AB^2 = r^2 + r^2 - 2(r)(r)\cos 2\alpha$ A1

$AB^2 = 2r^2 - 2r^2 \cos 2\alpha$

$AB = \sqrt{2r^2 - 2r^2 \cos 2\alpha}$ A1

$AB = \sqrt{2r^2(1-\cos 2\alpha)}$

$AB = r\sqrt{2(1-\cos 2\alpha)}$ AG

[2]

(b) La longitud del arco ACB

$= (r)(2\alpha)$ A1

$= 2r\alpha$

$\therefore P$

$= 2r\alpha + r\sqrt{2(1-\cos 2\alpha)}$ M1

$= 2r\alpha + r\sqrt{2(1-(1-2\,\mathrm{sen}^2\alpha))}$ A1

$= 2r\alpha + r\sqrt{2(2\,\mathrm{sen}^2\alpha)}$ A1

$= 2r\alpha + r\sqrt{4\,\mathrm{sen}^2\alpha}$

$= 2r\alpha + 2r\,\mathrm{sen}\,\alpha$ A1

$= 2r(\alpha + \mathrm{sen}\,\alpha)$ AG

[5]

(c) (i) $\theta = 1{,}1060602$

$\theta = 1{,}11$ A1

(ii) $\theta = 0{,}7897927$

$\theta = 0{,}790$ A1

[2]

(d) $1{,}5(2r) < P < 2(2r)$ M1A1

$\therefore 1{,}5(2r) < 2r(\alpha + \mathrm{sen}\,\alpha) < 2(2r)$

$1{,}5 < \alpha + \mathrm{sen}\,\alpha < 2$ (A1) for inecuación correcta

$1{,}5 < f(\alpha) < 2$

Usando (c), $0{,}7897927 < \alpha < 1{,}1060602$. (M1) por enfoque válido

$\therefore 0{,}790 < \alpha < 1{,}11$ A1

[5]

Solución de Práctica de Prueba 1 de AE NM Set 2

Sección A

1. (a) $12+f+10+16+24=80$ (M1) por ecuación

$f=18$ A1

[2]

(b) (i) La mediana

$=\dfrac{3+4}{2}$ (M1) por enfoque válido

$=3{,}5$ A1

(ii) 5 A1

(iii) El rango intercuartil

$=\dfrac{5+5}{2}-\dfrac{2+2}{2}$ (M1) por enfoque válido

$=3$ A1

[5]

2. (a) (i) 7 A1

(ii) 1 A1

[2]

(b) $(f\circ g)(x)$

$=(g(x))^2$ (A1) por sustitución

$=(3-4x)^2$

$=9-24x+16x^2$ A1

[2]

(c) $y=3-4x$

$\Rightarrow x=3-4y$ (A1) por enfoque correcto

$4y=3-x$

$y=\dfrac{3-x}{4}$

$\therefore g^{-1}(x)=\dfrac{3-x}{4}$ A1

[2]

3. (a) $g'(x) = 4\cos 2x$

$g(x) = \int 4\cos 2x\mathrm{d}x$ (M1) por integral indefinida

$$\boxed{\begin{array}{l}\text{Sea } u = 2x \\ \dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}x} = 2 \Rightarrow \mathrm{d}u = 2\mathrm{d}x\end{array}}$$

(A1) por sustitución

$g(x) = \int 2\cos u\mathrm{d}u$

$g(x) = 2\operatorname{sen} u + C$ A1

$g(x) = 2\operatorname{sen} 2x + C$

$\therefore 7 = 2\operatorname{sen} 2\left(\frac{\pi}{4}\right) + C$ (M1) por sustitución

$7 = 2\operatorname{sen}\frac{\pi}{2} + C$

$7 = 2 + C$

$C = 5$

$\therefore g(x) = 2\operatorname{sen} 2x + 5$ A1

[5]

(b) 5 A1

[1]

4. (a) Lado derecho

$$=\frac{1\times 49}{1\times 49}+\frac{2\times 7}{7\times 7}+\frac{5}{49}$$ M1

$$=\frac{49+14+5}{49}$$ A1

$$=\frac{68}{49}$$

$=$Lado izquierdo

$$\therefore \frac{68}{49}=1+\frac{2}{7}+\frac{5}{49}$$ AG

[2]

(b) Lado derecho

$$=\frac{1\times (m+2)^2}{1\times (m+2)^2}+\frac{2\times (m+2)}{(m+2)\times (m+2)}+\frac{5}{(m+2)^2}$$ M1

$$=\frac{(m^2+4m+4)+(2m+4)+5}{(m+2)^2}$$ M1A1

$$=\frac{m^2+6m+9+4}{(m+2)^2}$$

$$=\frac{(m+3)^2+4}{(m+2)^2}$$

$=$Lado izquierdo

$$\therefore \frac{(m+3)^2+4}{(m+2)^2}\equiv 1+\frac{2}{m+2}+\frac{5}{(m+2)^2}$$ para $m\neq -2$ AG

[3]

5. $9\log_{27}(x+1)=1+\log_3(3+x+x^2)$

$$\frac{9\log_3(x+1)}{\log_3 27}=\log_3 3+\log_3(3+x+x^2)$$ (M1)(A1) por cambio de base

$$\frac{9\log_3(x+1)}{3}=\log_3 3(3+x+x^2)$$ (A1) por enfoque correcto

$3\log_3(x+1)=\log_3 3(3+x+x^2)$

$\log_3(x+1)^3=\log_3 3(3+x+x^2)$ A1

$\therefore (x+1)^3=3(3+x+x^2)$ M1

$x^3+3x^2+3x+1=9+3x+3x^2$

$x^3=8$ A1

$x=\sqrt[3]{8}$

$x=2$ A1

[7]

6. (a) El discriminante de $f(x)$

$= b^2 - 4ac$

$= (8-p)^2 - 4\left(1+2p-\frac{3}{8}p^2\right)(-2)$ M1A1

$= 64 - 16p + p^2 + 8 + 16p - 3p^2$ A1

$= 72 - 2p^2$ AG

[3]

(b) $f(x) = 0$ tiene dos raíces iguales

$\therefore 72 - 2p^2 = 0$ (M1) por ecuación

$2p^2 = 72$

$p^2 = 36$

$p = -6$ o $p = 6$ A2

[3]

(c) $p = 6$

$\therefore \left(1+2(6)-\frac{3}{8}(6)^2\right)x^2 + (8-6)x - 2 = 0$ (M1) por ecuación

$-\frac{1}{2}x^2 + 2x - 2 = 0$

$x^2 - 4x + 4 = 0$

$(x-2)^2 = 0$

$x = 2$ A1

[2]

Sección B

7. (a)

$f'(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 5x$

$f(x) = \int\left(-\frac{1}{2}x^2 + 5x\right)\mathrm{d}x$ (M1) por integral indefinida

$f(x) = -\frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}x^3\right) + 5\left(\frac{1}{2}x^2\right) + C$ A1

$f(x) = -\frac{1}{6}x^3 + \frac{5}{2}x^2 + C$

$\therefore -\frac{26}{3} = -\frac{1}{6}(0)^3 + \frac{5}{2}(0)^2 + C$ (M1) por sustitución

$C = -\frac{26}{3}$

$\therefore f(x) = -\frac{1}{6}x^3 + \frac{5}{2}x^2 - \frac{26}{3}$ A1

$f(2) = -\frac{1}{6}(2)^3 + \frac{5}{2}(2)^2 - \frac{26}{3}$ (M1) por sustitución

$f(2) = -\frac{4}{3} + 10 - \frac{26}{3}$

$f(2) = 0$ A1

[6]

(b)

$f''(x) = -\frac{1}{2}(2x) + 5(1)$ (A1) por derivadas correctas

$f''(x) = -x + 5$

$f''(x) = 0$

$\therefore -x + 5 = 0$ (M1) por ecuación

$x = 5$ A1

$f(5) = -\frac{1}{6}(5)^3 + \frac{5}{2}(5)^2 - \frac{26}{3}$ (M1) por sustitución

$f(5) = -\frac{125}{6} + \frac{375}{6} - \frac{52}{6}$

$f(5) = 33$

Por lo tanto, las coordenadas de P son $(5, 33)$. A1

[5]

(c)

La gráfica de f es cóncava hacia arriba

$\therefore f''(x) > 0$ (A1) por inecuación correcta

$-x + 5 > 0$

$x < 5$ A1

[2]

8.	(a)	$2r+h=20$	(A1) por enfoque correcto
		$2r=20-h$	
		$r=10-\frac{1}{2}h$	A1
			[2]
	(b)	$V=\pi r^2 h$	
		$V=\pi\left(10-\frac{1}{2}h\right)^2 h$	(A1) por sustitución
		$V=100\pi h-10\pi h^2+\frac{1}{4}\pi h^3$	A1
			[2]
	(c)	$Q=(3)(2\pi rh)+(4)(\pi r^2)$	M1A1
		$Q=6\pi\left(10-\frac{1}{2}h\right)h+4\pi\left(10-\frac{1}{2}h\right)^2$	M1
		$Q=60\pi h-3\pi h^2+400\pi-40\pi h+\pi h^2$	A1
		$Q=400\pi+20\pi h-2\pi h^2$	
		$Q=2\pi(200+10h-h^2)$	AG
			[4]
	(d)	$\frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}h}=2\pi(0+10(1)-2h)$	(A1) por derivadas correctas
		$\frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}h}=4\pi(5-h)$	A1
		$\frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}h}=0$	(M1) por ecuación
		$\therefore 4\pi(5-h)=0$	A1
		$h=5$	A1
		El valor máximo de Q	
		$=2\pi(200+10(5)-(5)^2)$	(M1) por sustitución
		$=450\pi$	A1
			[7]

9. (a) $r=\dfrac{20\cos^4\alpha}{30\cos^2\alpha}$ (M1) por enfoque válido

$r=\dfrac{2}{3}\cos^2\alpha$ A1

[2]

(b) $\pi\le\alpha\le\dfrac{4}{3}\pi$

$\therefore\cos\pi\le\cos\alpha\le\cos\dfrac{4}{3}\pi$ (M1) por enfoque válido

$-1\le\cos\alpha\le-\dfrac{1}{2}$

$\dfrac{1}{4}\le\cos^2\alpha\le1$

$\dfrac{1}{6}\le\dfrac{2}{3}\cos^2\alpha\le\dfrac{2}{3}$

$\therefore\dfrac{1}{6}\le r\le\dfrac{2}{3}$ A1

[2]

(c) $S_\infty=\dfrac{30\cos^2\alpha}{1-\dfrac{2}{3}\cos^2\alpha}$ A1

$S_\infty=\dfrac{30\cos^2\alpha}{\operatorname{sen}^2\alpha+\cos^2\alpha-\dfrac{2}{3}\cos^2\alpha}$ M1

$S_\infty=\dfrac{30\cos^2\alpha}{\operatorname{sen}^2\alpha+\dfrac{1}{3}\cos^2\alpha}$ A1

$S_\infty=\dfrac{30}{\tan^2\alpha+\dfrac{1}{3}}$ A1

$S_\infty=\dfrac{90}{3\tan^2\alpha+1}$ AG

[4]

(d) $\pi \le \alpha \le \frac{4}{3}\pi$

$\therefore \tan\pi \le \tan\alpha \le \tan\frac{4}{3}\pi$ M1

$0 \le \tan\alpha \le \sqrt{3}$

$0 \le \tan^2\alpha \le 3$ A1

$0 \le 3\tan^2\alpha \le 9$

$1 \le 3\tan^2\alpha + 1 \le 10$

$\therefore \frac{1}{10} \le \frac{1}{3\tan^2\alpha + 1} \le 1$ A1

$9 \le S_\infty \le 90$ A1

Cuando $\alpha = \frac{4}{3}\pi$,

$S_\infty = \frac{90}{3\tan^2\left(\frac{4}{3}\pi\right) + 1}$ M1

$S_\infty = 9$

Por lo tanto, S_∞ alcanza su mínimo en

$\alpha = \frac{4}{3}\pi$. AG

[5]

Solución de Práctica de Prueba 2 de AE NM Set 2

Sección A

1.	(a)	$(3, 5)$	A2	
				[2]
	(b)	$g(x) = -(x-3)^2 + 5$	A2	
				[2]
	(c)	$(-3, 5)$	A2	
				[2]
2.	(a)	$d = 6 - 4,9$	(M1) por enfoque válido	
		$d = 1,1$	A1	
				[2]
	(b)	$u_1 = 4,9 - 1,1$	(M1) por enfoque válido	
		$u_1 = 3,8$	A1	
				[2]
	(c)	$S_{38} = \frac{38}{2}\left[2(3,8) + (38-1)(1,1)\right]$	(A1) por sustitución	
		$S_{38} = 917,7$	A1	
				[2]

3. $\left(kx-\frac{4}{x}\right)^8=(kx)^8+\binom{8}{1}(kx)^7\left(-\frac{4}{x}\right)+\binom{8}{2}(kx)^6\left(-\frac{4}{x}\right)^2$ (M1)(A1) por enfoque correcto

$+\binom{8}{3}(kx)^5\left(-\frac{4}{x}\right)^3+\binom{8}{4}(kx)^4\left(-\frac{4}{x}\right)^4+\dots$

$\left(kx-\frac{4}{x}\right)^8=k^8x^8+8k^7x^7\left(-\frac{4}{x}\right)+28k^6x^6\left(\frac{16}{x^2}\right)$ (A1) por simplificación

$+56k^5x^5\left(-\frac{64}{x^3}\right)+70k^4x^4\left(\frac{256}{x^4}\right)+\dots$

$\left(kx-\frac{4}{x}\right)^8=k^8x^8-32k^7x^6+448k^6x^4$ A1

$-3584k^5x^2+17920k^4+\dots$

$\therefore 448k^6:17920k^4=9:40$ A1

$\frac{448k^6}{17920k^4}=\frac{9}{40}$

$\frac{k^2}{40}=\frac{9}{40}$

$k=-3$ o $k=3$ (*Rechazado*) A1

[6]

4. (a) $A=2\pi r^2+2\pi rh+2\pi r^2$ (M2) por ecuación

$135\pi=4\pi r^2+2\pi r(3,5)$ (A1) por sustitución

$135=4r^2+7r$

$4r^2+7r-135=0$ (M1) por ecuación cuadrática

$(4r+27)(r-5)=0$

$4r+27=0$ o $r-5=0$

$r=-\frac{27}{4}$ (*Rechazado*) o $r=5\text{ mm}$ A1

[5]

(b) El volúmen

$=\frac{4}{3}\pi r^3+\pi r^2h$ (M1) por enfoque válido

$=\frac{4}{3}\pi(5)^3+\pi(5)^2(3,5)$

$=798,4881328\text{ mm}^3$

$=798\text{ mm}^3$ A1

[2]

5. $X \sim \mathrm{B}\left(5, \frac{2p}{p+2p+10}\right)$ (R1) por distribución correcta

La desviación típica de X

$= \sqrt{5\left(\frac{2p}{3p+10}\right)\left(1-\frac{2p}{3p+10}\right)}$ (A1) por sustitución

$= \sqrt{5\left(\frac{2p}{3p+10}\right)\left(\frac{p+10}{3p+10}\right)}$

$\therefore \sqrt{5\left(\frac{2p}{3p+10}\right)\left(\frac{p+10}{3p+10}\right)} > \frac{11}{10}$ (M1) por enfoque válido

$5\left(\frac{2p}{3p+10}\right)\left(\frac{p+10}{3p+10}\right) > \frac{121}{100}$ M1

$5\left(\frac{2p}{3p+10}\right)\left(\frac{p+10}{3p+10}\right) - \frac{121}{100} > 0$ A1

Considerando la gráfica de

$y = 5\left(\frac{2p}{3p+10}\right)\left(\frac{p+10}{3p+10}\right) - \frac{121}{100}$,

$5,3435147 < p < 25,443002$.

Por lo tanto, el mayor valor de p es 25. A1

[6]

6. $v = \int (8-8t)\mathrm{d}t$ (M1) por integral indefinida

$v = 8t - 8\left(\frac{1}{2}t^2\right) + C$ A1

$v = 8t - 4t^2 + C$

La velocidad inicial

$= 8(0) - 4(0)^2 + C$ (M1) por enfoque válido

$= C$

La diferencia entre velocidades es $4\ \mathrm{ms}^{-1}$

$\therefore 8t - 4t^2 + C = C + 4$ o $\therefore 8t - 4t^2 + C = C - 4$ (A1) por enfoque correcto

$4t^2 - 8t + 4 = 0$ o $4t^2 - 8t - 4 = 0$ A2

$4(t-1)^2 = 0$ o $t = \frac{-(-8) \pm \sqrt{(-8) - 4(4)(-4)}}{2(4)}$

$t = 1$ o $t = 2,414213562$,

$t = -0,4142135624$ (*Rechazado*)

$\therefore m = 1$ o $m = 2,41$ A2

[8]

Section B

7. (a) $a = 5,6$ A1

$b = 34,8$ A1

[2]

(b) La dureza estimada

$= 5,6(6,3) + 34,8$ (A1) por sustitución

$= 70,08$ A1

[2]

(c) (i) La probabilidad requerida

$= \frac{108}{120}$ (M1) por enfoque válido

$= \frac{9}{10}$ A1

(ii) La probabilidad requerida

$= \frac{120-56}{120}$ (M1) por enfoque válido

$= \frac{8}{15}$ A1

(iii) La probabilidad requerida

$= \frac{120-108}{120-56}$ (M1) por enfoque válido

$= \frac{3}{16}$ A1

[6]

(d) $\left(\frac{120-q}{120}\right)\left(\frac{120-q-1}{120-1}\right) = \frac{29}{476}$ (A1) por ecuación correcta

$\left(\frac{120-q}{120}\right)\left(\frac{119-q}{119}\right) = \frac{29}{476}$

$(120-q)(119-q) = 870$

$(120-q)(119-q) - 870 = 0$

Considerando la gráfica de

$y = (120-q)(119-q) - 870$, $q = 90$ o

$q = 149$ (*Rechazado*).

$\therefore q = 90$ A1

[2]

8. (a) (i) $\cos \mathrm{A\hat{C}B} = \dfrac{r^2 + (1,5r)^2 - (1,75r)^2}{2(r)(1,5r)}$ M1A1

$\cos \mathrm{A\hat{C}B} = \dfrac{0,1875r^2}{3r^2}$ A1

$\cos \mathrm{A\hat{C}B} = 0,0625$ AG

(ii) $\mathrm{sen}\ \mathrm{A\hat{C}B} = \sqrt{1 - \cos^2 \mathrm{A\hat{C}B}}$

$\mathrm{sen}\ \mathrm{A\hat{C}B} = \sqrt{1 - 0,0625^2}$ (A1) por sustitución

$\mathrm{sen}\ \mathrm{A\hat{C}B} = 0,9980449639$

$\mathrm{sen}\ \mathrm{A\hat{C}B} = 0,998$ A1

[5]

(b) $\dfrac{1}{2}(r)(1,5r)\,\mathrm{sen}\ \mathrm{A\hat{C}B} = 7$ (M1) por ecuación

$(0,75r^2)(0,9980449639) = 7$

$r^2 = 9,35161608$

$r = 3,058041216$

$r = 3,06$ A1

[2]

(c) (i) $\dfrac{\mathrm{sen}\ \mathrm{A\hat{B}C}}{\mathrm{AC}} = \dfrac{\mathrm{sen}\ \mathrm{A\hat{C}B}}{\mathrm{AB}}$ (M1) por regla del seno

$\dfrac{\mathrm{sen}\ \mathrm{A\hat{B}C}}{1,5r} = \dfrac{0,9980449639}{1,75r}$ (A1) por sustitución

$\mathrm{sen}\ \mathrm{A\hat{B}C} = 0,8554671119$

$\mathrm{A\hat{B}C} = 1,026452178 \text{ rad}$

$\mathrm{A\hat{B}C} = 1,03 \text{ rad}$ A1

(ii) El área del sector BDC

$= \dfrac{1}{2}(3,058041216)^2(\pi - 1,026452178)$ (A1) por sustitución

$= 9,88999084$

$= 9,89$ A1

[5]

9. (a) $\mathrm{P}(L > 59,2) = 0,12$ (M1) por enfoque válido

$\mathrm{P}\left(Z > \frac{59,2-\mu}{3,5}\right) = 0,12$ (A1) por enfoque correcto

$\frac{59,2-\mu}{3,5} = 1,174986791$ A1

$59,2-\mu = 4,11245377$

$\mu = 55,08754623$

$\mu = 55,1$ A1

[4]

(b) $\mathrm{P}(L < q) = 0,55$

$\mathrm{P}\left(Z < \frac{q-55,08754623}{3,5}\right) = 0,55$ (A1) por enfoque correcto

$\frac{q-55,08754623}{3,5} = 0,1256613375$

$q-55,08754623 = 0,4398146813$

$q = 55,52736091$ A1

$\therefore q = 55,5$ A1

[3]

(c) (i) $X \sim \mathrm{B}(10;\, 0,55)$ (R1) por distribución correcta

$\mathrm{E}(X) = (10)(0,55)$ (A1) por sustitución

$\mathrm{E}(X) = 5,5$ A1

(ii) $\mathrm{P}(X > 5) = 1 - \mathrm{P}(X \le 5)$ (M1) por enfoque válido

$\mathrm{P}(X > 5) = 1 - 0,4955954083$ A1

$\mathrm{P}(X > 5) = 0,5044045917$

$\mathrm{P}(X > 5) = 0,504$ A1

[6]

(d) $m\left(\frac{55\%}{55\%+33\%}\right)(0,8) + m\left(\frac{33\%}{55\%+33\%}\right)(1,1)$ (M1)(A1) por enfoque correcto

$= (949)(1000)$

$0,5m + 0,4125m = 949000$ A1

$0,9125m = 949000$

$m = 1040000$ A1

[4]

Solución de Práctica de Prueba 1 de AE NM Set 3

Sección A

1. (a) La ecuación del eje de simetría:

$x = -\frac{-20}{2(2)}$ (A1) por sustitución

$x = 5$ A1

[2]

(b) (i) 2 A1

(ii) 5 A1

(iii) $k = 2(5)^2 - 20(5) + 60$ (M1)(A1) por sustitución

$k = 10$ A1

[5]

2. (a) La diferencia común

$= 95 - 100$ (M1) por enfoque válido

$= -5$ A1

[2]

(b) El décimo quinto término

$= 100 + (15-1)(-5)$ (A1) por sustitución

$= 30$ A1

[2]

(c) La suma de los primeros 15 términos

$= \frac{15}{2}\left[2(100) + (15-1)(-5)\right]$ (A1) por sustitución

$= 975$ A1

[2]

3. (a) El gradiente de L_1 es 2. A1

El intercepto de L_1 con el eje y es -20. A1

[2]

(b) El gradiente de L_2 es $-\frac{1}{2}$. (A1) por valor correcto

La ecuación de L_2:

$y-(-20)=-\frac{1}{2}(x-0)$ A1

$y+20=-\frac{1}{2}x$

$2y+40=-x$

$x+2y+40=0$ A1

[3]

4. (a) (i) 4 A1

(ii) $\frac{1}{3}$ A1

(iii) -1 A1

[3]

(b) $\log_{27} x+\frac{8}{3}=\log_4 256+\log_{125} 5+\log_\pi \frac{1}{\pi}$

$\log_{27} x+\frac{8}{3}=4+\frac{1}{3}-1$ (M1) por sustitución

$\log_{27} x=\frac{2}{3}$

$x=27^{\frac{2}{3}}$ (A1) por enfoque correcto

$x=(3^3)^{\frac{2}{3}}$

$x=3^2$

$x=9$ A1

[3]

5. $\left(1-\frac{3}{4}x\right)^n(1+2nx)^3$

$=\left(1+\binom{n}{1}\left(-\frac{3}{4}x\right)+\cdots\right)\left(1+\binom{3}{1}(2nx)+\cdots\right)$ (M1) por expansión válida

$=\left(1+(n)\left(-\frac{3}{4}x\right)+\cdots\right)(1+(3)(2nx)+\cdots)$ (A1) por enfoque válido

$=\left(1-\frac{3}{4}nx+\cdots\right)(1+6nx+\cdots)$ A2

El coeficiente de x

$=(1)(6n)+\left(-\frac{3}{4}n\right)(1)$ (A1) por enfoque correcto

$=\frac{21}{4}n$

$\therefore \frac{21}{4}n=\frac{105}{4}$ (M1) por ecuación

$n=5$ A1

[7]

6. $-3\sqrt{3}\le f(x)\le 3\sqrt{3}$

$-3\sqrt{3}\le 6\operatorname{sen}2x\le 3\sqrt{3}$

$-\frac{\sqrt{3}}{2}\le \operatorname{sen}2x\le \frac{\sqrt{3}}{2}$ A1

$\therefore \operatorname{sen}\left(-\frac{\pi}{3}\right)\le \operatorname{sen}2x\le \operatorname{sen}\frac{\pi}{3}$,

$\operatorname{sen}\left(\pi-\frac{\pi}{3}\right)\le \operatorname{sen}2x\le \operatorname{sen}\left(\pi+\frac{\pi}{3}\right)$ o (A2) por rangos correctos

$\operatorname{sen}\left(2\pi-\frac{\pi}{3}\right)\le \operatorname{sen}2x\le \operatorname{sen}\left(2\pi+\frac{\pi}{3}\right)$

$-\frac{\pi}{3}\le 2x\le\frac{\pi}{3}$, $\frac{2\pi}{3}\le 2x\le\frac{4\pi}{3}$ o $\frac{5\pi}{3}\le 2x\le\frac{7\pi}{3}$ A1

$-\frac{\pi}{6}\le x\le\frac{\pi}{6}$, $\frac{\pi}{3}\le x\le\frac{2\pi}{3}$ o $\frac{5\pi}{6}\le x\le\frac{7\pi}{6}$ (M1) por enfoque válido

$\therefore 0\le x\le\frac{\pi}{6}$, $\frac{\pi}{3}\le x\le\frac{2\pi}{3}$ o $\frac{5\pi}{6}\le x\le\frac{7\pi}{6}$ A3

[8]

Sección B

7. (a) (i) El número de niñas

$= 35 + 45 - 50$ (M1) por enfoque válido

$= 30$ A1

(ii) 5 A1

[3]

(b) (i) $\frac{9}{10}$ A1

(ii) La probabilidad requerida

$= \frac{30}{50} \div \frac{9}{10}$ (A1) por sustitución

$= \frac{2}{3}$ A1

[3]

(c) La probabilidad requerida

$= \left(\frac{5}{50}\right)\left(\frac{4}{49}\right)$ (M1) por enfoque válido

$= \frac{2}{245}$ A1

[2]

(d) (i) $\mathrm{P}(G \cap V) = \frac{30}{50}$ A1

$\because \mathrm{P}(G \cap V) \neq 0$ R1

Por lo tanto, G y V no son mutuamente excluyentes. AG

(ii) $\mathrm{P}(G) = \frac{35}{50}$ A1

$\mathrm{P}(V) = \frac{45}{50}$

$\mathrm{P}(G) \cdot \mathrm{P}(V) = \frac{63}{100}$ A1

$\because \mathrm{P}(G) \cdot \mathrm{P}(V) \neq \mathrm{P}(G \cap V)$ R1

Por lo tanto, G y V no son independientes. AG

[5]

8. (a) $f''(x)=k(2x)-12(1)-0$ (A1) por derivadas correctas

$f''(x)=2kx-12$ A1

[2]

(b) $f''(1,5)=0$ M1

$\therefore 2k(1,5)-12=0$ A1

$3k=12$ A1

$k=4$ AG

[3]

(c) $f'(4)=4(4)^2-12(4)-40$ (M1) por sustitución

$f'(4)=-24$ A1

La pendiente de la normal

$=\dfrac{-1}{-24}$ (A1) por enfoque correcto

$=\dfrac{1}{24}$

Le ecuación de la normal:

$y-\dfrac{13}{6}=\dfrac{1}{24}(x-4)$ M1A1

$y-\dfrac{13}{6}=\dfrac{1}{24}x-\dfrac{1}{6}$

$y=\dfrac{1}{24}x+2$ A1

[6]

(d) $f''(5)=2(4)(5)-12$ M1

$f''(5)=28$ A1

$f''(5)>0$ R1

Luego, la gráfica de f tiene un mínimo local en $x=5$. AG

[3]

9. (a) $g(x)-f(x)=0$

$e^{\frac{1}{2}\sqrt{x}}-e^{\frac{1}{2}\sqrt{x}}\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{3}x\right)=0$ (M1) por enfoque válido

$e^{\frac{1}{2}\sqrt{x}}\left(1-\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{3}x\right)\right)=0$

$1-\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{3}x\right)=0$

$\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{3}x\right)=1$ A1

$\frac{\pi}{3}x=\frac{\pi}{2}$, $\frac{\pi}{3}x=\frac{5\pi}{2}$ o $\frac{\pi}{3}x=\frac{9\pi}{2}$ (A1) por valores correctos

$x=\frac{3}{2}$, $x=\frac{15}{2}$ o $x=\frac{27}{2}$ A3

[6]

(b) (i) $\frac{\pi}{3}x_n=\frac{\pi}{2}+(n-1)(2\pi)$ A1

$x_n=\frac{3}{2}+6(n-1)$

$x_{n+1}-x_n$

$=\left(\frac{3}{2}+6((n+1)-1)\right)-\left(\frac{3}{2}+6(n-1)\right)$ M1

$x_{n+1}-x_n=\left(\frac{3}{2}+6n\right)-\left(\frac{3}{2}+6n-6\right)$

$x_{n+1}-x_n=6$ A1

Las diferencias entre cada par de términos consecutivos son iguales a 6.
Por lo tanto, $x_1, x_2, x_3, ...$ es una progresión aritmética. AG

(ii) $x_n=\frac{3}{2}+6n-6$

$x_n=6n-\frac{9}{2}$ A1

[4]

(c) Nótese que $x_2 = \frac{15}{2}$ y $x_3 = \frac{27}{2}$.

$f(x) = 0$

$e^{\frac{1}{2}\sqrt{x}} \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{3}x\right) = 0$ M1

$\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{3}x\right) = 0$

$\frac{\pi}{3}x = 3\pi$ o $\frac{\pi}{3}x = 4\pi$

$x = 9$ o $x = 12$ (A1) por valores correctos

$\therefore R = \int_{\frac{15}{2}}^{9}\left(e^{\frac{1}{2}\sqrt{x}} - e^{\frac{1}{2}\sqrt{x}} \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{3}x\right)\right)\mathrm{d}x + \int_{9}^{12} e^{\frac{1}{2}\sqrt{x}}\,\mathrm{d}x$

A2

$+\int_{12}^{\frac{27}{2}}\left(e^{\frac{1}{2}\sqrt{x}} - e^{\frac{1}{2}\sqrt{x}} \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{3}x\right)\right)\mathrm{d}x$

[4]

Solución de Práctica de Prueba 2 de AE NM Set 3

Sección A

1. (a) $x = 3$ A2

[2]

(b) La intersección con el eje y

$= \frac{4}{3-0} + \frac{2}{3}e^0$ (M1) por enfoque válido

$= \frac{4}{3} + \frac{2}{3}$

$= 2$ A1

[2]

(c) $f'(2) = 8{,}9260422$ A1

$f'(2) = 8{,}93$ A1

[2]

2. (a) (i) 6 A1

(ii) 6 A1

(iii) El rango

$= 18 - 3$ (M1) por enfoque válido

$= 15$ A1

[4]

(b) (i) La media

$$= \frac{(3)(12)+(6)(20)+(9)(12) +(12)(8)+(15)(4)+(18)(4)}{12+20+12+8+4+4}$$ (M1) por enfoque válido

$= 8{,}2$ A1

(ii) La varianza

$= 4{,}308131846^2$ (M1) por enfoque válido

$= 18{,}6$ A1

[4]

3. La razón común

$=\dfrac{9600}{12000}$ (M1) por enfoque válido

$=0,8$ A1

$u_n > 96$ (M1) por inecuación

$\therefore 12000\times 0,8^{n-1} > 96$ A1

$12000\times 0,8^{n-1} - 96 > 0$

Considerando la gráfica de $y = 12000\times 0,8^{n-1} - 96$,

$n < 22,637702$. (M1) por enfoque válido

Por lo tanto, el mayor valor de n es 22. A1

[6]

4. (a) $f(x) = g(x)$

$\pi e^{-x^2} = 1 + \dfrac{1}{\pi e^{-x^2}}$ (M1) por ecuación

$\pi e^{-x^2} - 1 - \dfrac{e^{x^2}}{\pi} = 0$

Considerando la gráfica de $y = \pi e^{-x^2} - 1 - \dfrac{e^{x^2}}{\pi}$,

$x = -0,814566$ o $x = 0,8145662$.

$\therefore a = -0,815$, $b = 0,815$ A2

[3]

(b) El área requerido

$= \int_{-0,814566}^{0,8145662} (f(x) - g(x))\mathrm{d}x$ (A1) por integral correcta

$= \int_{-0,814566}^{0,8145662} \left(\pi e^{-x^2} - 1 - \dfrac{e^{x^2}}{\pi}\right)\mathrm{d}x$

$=1,890606422$ (A1) por valor correcto

$=1,89$ A1

[3]

5. (a) (i) $\frac{1}{2}$ A1

(ii) 3 A1

(iii) -4 A1

[3]

(b) Las coordenadas de P'

$= \left(\frac{2}{2} + 3, -5(8-4)\right)$ (A2) por enfoque correcto

$= (4, -20)$ A2

[4]

6. Sea H la altura (en cm) de un árbol.

$\mathrm{P}(H < 400) = 0,2119$

$\mathrm{P}\left(Z < \frac{400-\mu}{25}\right) = 0,2119$ (M1) por estandarización

$\frac{400-\mu}{25} = -0,7998460519$ A1

$400 - \mu = -19,9961513$

$\mu = 419,9961513$ A1

$\mathrm{P}(H > 394) = 0,8507942645$ (A1) por valor correcto

$\therefore \mathrm{P}(H > 394 + r) = 0,8507942645 - 0,5$ A1

$\mathrm{P}(H > 394 + r) = 0,3507942645$

$394 + r = 429,5755765$ (A1) por valor correcto

$r = 35,5755765$

$r = 35,6$ A1

[7]

Sección B

7.	(a)	$a=-0,0807147258$		
		$a=-0,0807$	A1	
		$b=3,177202711$		
		$b=3,18$	A1	
				[2]
	(b)	$\log y=-0,0807147258\sqrt{9}+3,177202711$	(M1) por enfoque válido	
		$\log y=2,935058534$		
		$y=10^{2,935058534}$	(M1) por enfoque válido	
		$y=861,1098035$		
		$y=861$	A1	
				[3]
	(c)	$\log y=-0,0807147258\sqrt{x}+3,177202711$		
		$y=10^{-0,0807147258\sqrt{x}+3,177202711}$	(M1) por enfoque válido	
		$y=10^{-0,0807147258\sqrt{x}}\cdot 10^{3,177202711}$	(A1) por enfoque correcto	
		$y=10^{3,177202711}\cdot(10^{-0,0807147258})^{\sqrt{x}}$	A1	
		$k=10^{3,177202711}$	(A1) por enfoque correcto	
		$k=1503,843735$		
		$k=1500$	A1	
		$m=10^{-0,0807147258}$	(A1) por enfoque correcto	
		$m=0,8303960491$		
		$m=0,830$	A1	
				[7]

8. (a) (i) Considerando la gráfica de

$y = \text{sen}\left(\frac{\pi}{6}x\right) - \cos\left(\frac{\pi}{6}x\right)$, las

coordenadas del punto máximo y mínimo son $(4,5000008; 1,4142136)$ y $(10,500001; -1,414214)$ respectivamente. (A2) por enfoque correcto

Por lo tanto, la función es creciente cuando $0 \le x < 4,50$ o $10,5 < x \le 12$. A2

(ii) $4,50 < x < 10,5$ A1

[5]

(b) (i) $a = \frac{1,4142136 - (-1,414214)}{2}$ (M1) por enfoque válido

$a = 1,4142138$

$a = 1,41$ A1

(ii) Note que $f(0) = -1$.

$-1 = 1,4142138\,\text{sen}\left(\frac{\pi}{6}(0+h)\right)$ (M1) por ecuación

$-0,7071066624 = \text{sen}\left(\frac{\pi}{6}h\right)$ (A1) por enfoque correcto

$\frac{\pi}{6}h = 5,497787312$ o $-0,7853979954$ (A1) por enfoque correcto

$h = 10,50000032$ (*Rechazado*) o

$h = -1,499999679$ A1

$\therefore h = -1,50$ A1

[7]

9. (a) $\cos\theta = \dfrac{\text{AB}}{r}$

$\text{AB} = r\cos\theta$ A1

[1]

(b) $\operatorname{sen}\theta = \dfrac{\text{AE}}{r}$

$\text{AE} = r\operatorname{sen}\theta$ A1

El área del triangulo ABE

$= \dfrac{(\text{AB})(\text{AE})}{2}$

$= \dfrac{(r\cos\theta)(r\operatorname{sen}\theta)}{2}$ M1

$= \dfrac{1}{2}r^2\operatorname{sen}\theta\cos\theta$ A1

$= \dfrac{1}{2}r^2\left(\dfrac{1}{2}\operatorname{sen}2\theta\right)$ A1

$= \dfrac{r^2\operatorname{sen}2\theta}{4}$ AG

[4]

(c) $\text{A}\hat{\text{E}}\text{B} + \text{B}\hat{\text{E}}\text{C} + \text{C}\hat{\text{E}}\text{D} = \pi$ M1

$\left(\dfrac{\pi}{2} - \theta\right) + \text{B}\hat{\text{E}}\text{C} + \left(\dfrac{\pi}{2} - \theta\right) = \pi$ A1

$\pi - 2\theta + \text{B}\hat{\text{E}}\text{C} = \pi$

$\text{B}\hat{\text{E}}\text{C} = 2\theta$ AG

[2]

(d) ABCD es un cuadrado

$\therefore \mathrm{AB} = 2\mathrm{AE}$ (M1) por enfoque válido

$r\cos\theta = 2r\,\mathrm{sen}\,\theta$

$\cos\theta - 2\,\mathrm{sen}\,\theta = 0$ (A1) por ecuación correcta

Considerando la gráfica de $y = \cos\theta - 2\,\mathrm{sen}\,\theta$,

$\theta = 0{,}4636476$. A1

El área del sector EBC

$= \frac{1}{2}r^2(2(0{,}4636476))$ (A1) por sustitución

$= 0{,}4636476r^2$

$\therefore 0{,}4636476r^2 = k\left(\frac{r^2\,\mathrm{sen}\,2(0{,}4636476)}{4}\right)$ M1A1

$k = 0{,}4636476\left(\frac{4}{\mathrm{sen}\,2(0{,}4636476)}\right)$

$k = 2{,}318238031$

$k = 2{,}32$ A1

[7]

(e) $r^2\theta = 3\left(\frac{r^2\,\mathrm{sen}\,2\theta}{4}\right)$ (A1) por ecuación correcta

$\theta - \frac{3}{4}\mathrm{sen}\,2\theta = 0$

Considerando la gráfica de $y = \theta - \frac{3}{4}\mathrm{sen}\,2\theta$,

$\theta = 0{,}7478908\ \mathrm{rad}$.

$\therefore \theta = 0{,}748\ \mathrm{rad}$ A1

[2]

Solución de Práctica de Prueba 1 de AE NM Set 4

Sección A

1. (a) El área de la región sombreada

$= \frac{1}{2}(20)^2(1,5)$ (A1) por sustitución

$= 300 \text{ cm}^2$ A1

[2]

(b) La longitud de arco ABC

$= (20)(1,5)$ (A1) por sustitución

$= 30 \text{ cm}$ A1

[2]

(c) El perímetro requerido

$= 2\pi(20) - 30 + 20 + 20$ (M1) por enfoque válido

$= (40\pi + 10) \text{ cm}$ A1

[2]

2. (a) $\log_4 64$

$= \log_4 4^3$ (A1) por enfoque correcto

$= 3$ A1

[2]

(b) $\log_{12} 36 + \log_{12} 4$

$= \log_{12} 144$ (A1) por enfoque correcto

$= \log_{12} 12^2$

$= 2$ A1

[2]

(c) $\log_2 11 - \log_2 88$

$= \log_2 \frac{1}{8}$ (A1) por enfoque correcto

$= \log_2 2^{-3}$

$= -3$ A1

[2]

3. (a) $f'(x) = 3e^{3x+1}$ A1

$f''(x) = 9e^{3x+1}$ A1

$f^{(3)}(x) = 27e^{3x+1}$ A1

[3]

(b) $f^{(n)}(x) = 3^n e^{3x+1}$ A3

[3]

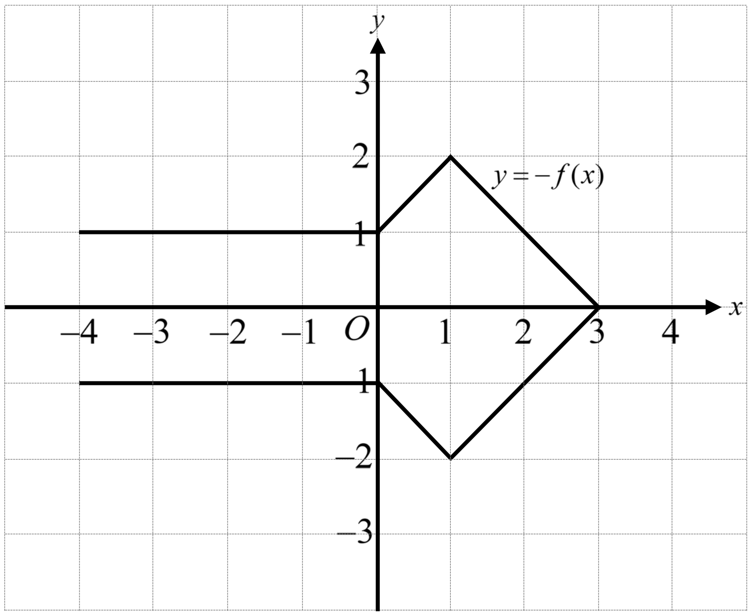
(c) $f^{(6)}\left(-\frac{1}{3}\right) = 729$ A1

[1]

4. (a) Por correcta ubicación de la intersección con ambos ejes A1

Por correcta ubicación de los puntos $(-4, 1)$ y $(1, 2)$ A1

[2]



(b) $p = 2$ A2

$q = -1$ A2

[4]

5. (a) $u_9 = 6\ln 2$

$\therefore \ln 0,25 + (9-1)(\ln D) = 6\ln 2$ (A1) por ecuación correcta

$\ln 0,25 + 8\ln D = \ln 64$ (A1) por enfoque correcto

$8\ln D = \ln 64 - \ln 0,25$

$8\ln D = \ln 256$ (A1) por enfoque correcto

$8\ln D = \ln 2^8$ (M1) por enfoque válido

$8\ln D = 8\ln 2$

$\therefore D = 2$ A1

[5]

(b) La suma de los primeros siete términos

$= \frac{7}{2}\left[2\ln 0,25 + (7-1)(\ln 2)\right]$ (A1) por sustitución

$= 7\ln 2^{-2} + 21\ln 2$ A1

$= -14\ln 2 + 21\ln 2$

$= 7\ln 2$ A1

[3]

6. (a) $a = 2(-\operatorname{sen}\pi t)(\pi) + 0$ (A1) por derivadas correctas

$a = -2\pi\operatorname{sen}\pi t$ A1

[2]

(b) $s = \int(2\cos\pi t + \pi)\mathrm{d}t$ (M1) por integral indefinida

$s = \int 2\cos\pi t\mathrm{d}t + \int \pi\mathrm{d}t$

$$\boxed{\begin{array}{l}\text{Sea } u = \pi t\\ \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} = \pi \Rightarrow \frac{1}{\pi}\mathrm{d}u = \mathrm{d}t\end{array}}$$

(A1) por sustitución

$s = \int \frac{2}{\pi}\cos u\mathrm{d}u + \int \pi\mathrm{d}t$

$s = \frac{2}{\pi}\operatorname{sen} u + \pi t + C$ A1

$s = \frac{2}{\pi}\operatorname{sen}\pi t + \pi t + C$

$\therefore -3 = \frac{2}{\pi}\operatorname{sen} 0 + 0 + C$ (M1) por sustitución

$C = -3$

$\therefore s = \frac{2}{\pi}\operatorname{sen}\pi t + \pi t - 3$ A1

[5]

Sección B

7. (a) $x - 4 = 7$ (M1) por enfoque válido

$x = 11$ A1

[2]

(b) El número de personas

$= \dfrac{20 + 40}{4}$ (M1) por enfoque válido

$= 15$ A1

[2]

(c) La media de horas

$= \dfrac{120}{20}$ (M1) por sustitución

$= 6$ A1

[2]

(d) (i) El total de horas

$= (60)(9)$ (M1) por enfoque válido

$= 540$ A1

(ii) La media de horas

$= \dfrac{540 - 120}{40}$ (M1)(A1) por enfoque correcto

$= 10{,}5$ A1

[5]

(e) (i) La media requerida

$= 10{,}5 + 1{,}5$ (M1) por enfoque válido

$= 12$ A1

(ii) La varianza requerida

$= 2^2$ (M1)(A1) por enfoque correcto

$= 4$ A1

[5]

8. (a) (i) La probabilidad requerida

$$=\frac{3}{n}$$ A1

(ii) La probabilidad requerida

$$=\left(\frac{n-3}{n}\right)\left(\frac{n-4}{n-1}\right)\left(\frac{3}{n-2}\right)$$ (A1) por enfoque correcto

$$=\frac{3(n-3)(n-4)}{n(n-1)(n-2)}$$ A1

[3]

(b) La probabilidad requerida

$$=\left(\frac{7}{10}\right)\left(\frac{6}{9}\right)\left(\frac{5}{8}\right)\left(\frac{3}{7}\right)$$ (A1) por enfoque correcto

$$=\frac{1}{8}$$ A1

[2]

(c) El juego es justo si la ganancia esperada es cero, lo que equivale a que la cantidad de dinero recibida de vuelta sea $10\$$. R1

$$\therefore\left(\frac{3}{10}\right)(10)+\left(\left(\frac{7}{10}\right)\left(\frac{3}{9}\right)\right)(10)$$

$$+\left(\left(\frac{7}{10}\right)\left(\frac{6}{9}\right)\left(\frac{3}{8}\right)\right)(25x)+\left(\frac{1}{8}\right)(21x)$$ M1A2

$$+\left(1-\frac{3}{10}-\left(\frac{7}{10}\right)\left(\frac{3}{9}\right)-\left(\frac{7}{10}\right)\left(\frac{6}{9}\right)\left(\frac{3}{8}\right)-\frac{1}{8}\right)(0)=10$$

$$3+\frac{7}{3}+\frac{35}{8}x+\frac{21}{8}x=10$$ M1A1

$$7x=\frac{14}{3}$$ A1

$$x=\frac{2}{3}$$ AG

[7]

9. (a) $f'(x) = \left(\dfrac{1}{x^2+4}\right)(2x+0)$ (A2) por derivadas correctas

$f'(2) = \dfrac{2(2)}{2^2+4}$ (M1) por sustitución

$f'(2) = \dfrac{1}{2}$ A1

[4]

(b) (i) 2 A1

(ii) 1 A1

[2]

(c) $h(x) = (f \circ g)(x)$

$h(x) = f(g(x))$

$h'(x) = f'(g(x)) \cdot g'(x)$ (A1) por regla de la cadena

La pendiente de la tangente

$= h'(5)$

$= f'(g(5)) \cdot g'(5)$

$= f'(2) \cdot g'(5)$ (M1) por enfoque válido

$= \left(\dfrac{1}{2}\right)(1)$

$= \dfrac{1}{2}$ A1

$h(5) = f(g(5))$

$h(5) = f(2)$ (M1) por enfoque válido

$h(5) = \ln(2^2+4)$

$h(5) = \ln 8$

La ecuación de la tangente:

$y - \ln 8 = \dfrac{1}{2}(x-5)$ A1

$y - \ln 8 = \dfrac{1}{2}x - \dfrac{5}{2}$

$y = \dfrac{1}{2}x + \left(\ln 8 - \dfrac{5}{2}\right)$ A1

[6]

Solución de Práctica de Prueba 2 de AE NM Set 4

Sección A

1.	(a)	(i)	$r = 0,956518027$	A1
			$r = 0,957$	A1
		(ii)	$a = 2,022727273$	
			$a = 2,02$	A1
			$b = -75,9469697$	
			$b = -75,9$	A1
				[4]
	(b)	La puntuación final aproximada		
		$= 2,022727273(84) - 75,9469697$		(A1) por sustitución
		$= 93,96212123$		
		$= 94,0$		A1
				[2]
2.	(a)	(i)	$(3, -127)$	A2
		(ii)	$f(x) = 3(x-3)^2 - 127$	A2
				[4]
	(b)	$3x^2 - 18x - 100 = -52$		
		$3x^2 - 18x - 48 = 0$		(A1) por ecuación correcta
		$3(x+2)(x-8) = 0$		
		$x = -2$ o $x = 8$		A2
				[3]

3. (a) $\mathrm{P}(W > m) = 0{,}087$

$m = 4{,}343908413$ (A1) por valor correcto

$m = 4{,}34$ A1

[2]

(b) $\mathrm{P}(W > 4{,}5 \mid W > 4{,}343908413)$

$= \dfrac{\mathrm{P}(W > 4{,}5 \cap W > 4{,}343908413)}{\mathrm{P}(W > 4{,}343908413)}$ (A1) por enfoque correcto

$= \dfrac{\mathrm{P}(W > 4{,}5)}{\mathrm{P}(W > 4{,}343908413)}$ M1

$= \dfrac{0{,}0630016205}{0{,}087}$ A1

$= 0{,}7241565576$

$= 0{,}724$ A1

[4]

4. (a) $(g \circ f)(x)$

$= 2(f(x))^2 - 5$ (A1) por sustitución

$= 2(e^x)^2 - 5$

$= 2e^{2x} - 5$ A1

[2]

(b) (i) $(g \circ f)(x) = x^3$

$2e^{2x} - 5 = x^3$

$2e^{2x} - 5 - x^3 = 0$ (A1) por ecuación correcta

Considerando la gráfica de

$y = 2e^{2x} - 5 - x^3$, $x = -1{,}702369$ o

$x = 0{,}4683121$ (*Rechazado*)

$\therefore x = -1{,}70$ A1

(ii) $f(\sqrt[3]{p}) = g^{-1}(p)$

$(g \circ f)(\sqrt[3]{p}) = (p)$ (M1) por enfoque válido

$\therefore \sqrt[3]{p} = -1{,}702369$ (A1) por enfoque correcto

$p = -4{,}933567865$

$p = -4{,}93$ A1

[5]

5. (a) La razón común r

$= \frac{3k^2 - 4k^3}{k^2}$ (M1) por enfoque válido

$= 3 - 4k$ A1

[2]

(b) S_∞ existe si $-1 < r < 1$. R1

$\therefore -1 < 3 - 4k < 1$ M1

$-1 < 4k - 3 < 1$

$2 < 4k < 4$ A1

$\frac{1}{2} < k < 1$ AG

[3]

(c) $800rS_\infty + 243 = 0$

$\therefore 800(3-4k)\left(\frac{k^2}{1-(3-4k)}\right) + 243 = 0$ (M1) por ecuación

$800(3-4k)k^2 + 243(4k-2) = 0$

Considerando la gráfica de

$y = 800(3-4k)k^2 + 243(4k-2)$,

$k = -0,492582$ (*Rechazado*),

$k = 0,3425823$ (*Rechazado*) o $k = 0,9$.

$\therefore k = 0,9$ A2

[3]

6. El término general

$= \binom{9}{r}\left(\frac{x}{h^2}\right)^{9-r}\left(-\frac{h}{x^2}\right)^r$ (M1) por expansión válida

$= \binom{9}{r}(-1)^r h^{3r-18} x^{9-3r}$

$9-3r=0$ (A1) por ecuación correcta

$3r=9$

$r=3$ (A1) por valor correcto

El término requerido

$= \binom{9}{3}(-1)^3 h^{3(3)-18} x^{9-3(3)}$

$= -\frac{84}{h^9}$ (A1) por término correcto

$-\frac{84}{h^9} = -\frac{21}{65536}$ (M1) por ecuación

$h^9 = 262144$

$h=4$ A1

[6]

Sección B

7. (a) La altura de la marea alta

$= 1{,}9 + 4{,}3$ (M1) por enfoque válido

$= 6{,}2 \text{ m}$ A1

[2]

(b) p es negativo ya que el primer punto de retorno es un punto mínimo. R1

$p = -\frac{4{,}3}{2}$ A1

$p = -2{,}15$ AG

[2]

(c) (i) El periodo

$= 13{,}75 - 2{,}75$ (M1) por enfoque válido

$= 11$ horas (A1) por valor correcto

$\therefore q = \frac{2\pi}{11}$ A1

(ii) $r = \frac{6{,}2 + 1{,}9}{2}$ (M1) por enfoque válido

$r = 4{,}05$ A1

[5]

(d) 4 de enero del 2021 implica $24 \le t < 48$. (M1) por enfoque válido

$t = 13{,}75 + 3(11)$

$t = 46{,}75$ (A1) por valor correcto

Por lo tanto, la hora es $22:45$. A1

[3]

8. (a) $\text{B}\hat{\text{A}}\text{C}$

$= \pi - 0,88 - 1,23$ (M1) por enfoque válido

$= 1,031592654$ A1

$\dfrac{\text{AB}}{\text{sen}\,\text{A}\hat{\text{C}}\text{B}} = \dfrac{\text{BC}}{\text{sen}\,\text{B}\hat{\text{A}}\text{C}}$ (M1) por regla del seno

$\dfrac{\text{AB}}{\text{sen}\,1,23} = \dfrac{20}{\text{sen}\,1,031592654}$ (A1) por sustitución

$\text{AB} = 21,96641928\ \text{cm}$

$\text{AB} = 22,0\ \text{cm}$ A1

[5]

(b) (i) $\text{AB}^2 = \text{OA}^2 + \text{OB}^2 - 2(\text{OA})(\text{OB})\cos\text{A}\hat{\text{O}}\text{B}$ M1

$\text{AB}^2 = r^2 + r^2 - 2(r)(r)\cos\text{A}\hat{\text{O}}\text{B}$ A1

$\text{AB}^2 = 2r^2 - 2r^2\cos\text{A}\hat{\text{O}}\text{B}$

$\text{AB}^2 = 2r^2(1 - \cos\text{A}\hat{\text{O}}\text{B})$ A1

$r^2 = \dfrac{\text{AB}^2}{2(1 - \cos\text{A}\hat{\text{O}}\text{B})}$ AG

(ii) $\text{A}\hat{\text{O}}\text{B} = 2\text{A}\hat{\text{C}}\text{B}$

$\text{A}\hat{\text{O}}\text{B} = 2{,}46\ \text{rad}$ (A1) por valor correcto

$\therefore r^2 = \dfrac{21,96641928^2}{2(1 - \cos 2{,}46)}$ (A1) por sustitución

$r = 11,65341128$

$r = 11,7$ A1

[6]

(c) La suma requerida

$= \pi(11,65341128)^2 - \dfrac{1}{2}(21,96641928)(20)\,\text{sen}\,0,88$ M1A1

$= 257,3308144\ \text{cm}^2$

$= 257\ \text{cm}^2$ A1

[3]

9. (a) (i) $a_1(t) = \dfrac{20-30}{2-0}$ M1A1

$a_1(t) = -5$ AG

(ii) $v_1(t) = -5t + 30$ A2

[4]

(b) La distancia total recorrida

$= \int_0^2 |v_1(t)|\,\mathrm{d}t$ (M1) por enfoque válido

$= \int_0^2 |-5t+30|\,\mathrm{d}t$ (A1) por fórmula correcta

$= 50\text{ cm}$ A1

[3]

(c) (i) $v_2(2) = 20$

$\therefore 20e^{b-0,2(2)} = 20$ M1

$e^{b-0,4} = 1$

$b - 0,4 = 0$ A1

$b = 0,4$ AG

(ii) $\int_2^c |v_2(t)|\,\mathrm{d}t = 50$

$\int_2^c 20e^{0,4-0,2t}\mathrm{d}t = 50$ (M1) por ecuación

$$\boxed{\begin{array}{l} \text{Sea } u = 0,4-0,2t \\ \dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} = -0,2 \Rightarrow -100\mathrm{d}u = 20\mathrm{d}t \\ t = c \Rightarrow u = 0,4-0,2c \\ t = 2 \Rightarrow u = 0,4-0,2(2) = 0 \end{array}}$$

(A1) por sustitución

$\int_0^{0,4-0,2c} -100e^u\mathrm{d}u = 50$ A1

$\left[-100e^u\right]_0^{0,4-0,2c} = 50$

$e^{0,4-0,2c} - e^0 = -0,5$ (M1) por sustitución

$e^{0,4-0,2c} = 0,5$

$0,4 - 0,2c = \ln 0,5$

$0,4 - \ln 0,5 = 0,2c$

$c = 5,465735903$

$c = 5,47$ A1

[7]